第48講　総まとめ演習

1

図1のように，固定した台Aの上に台Bをおき，さらに台Bをばね定数がkで質量の無視できるばねで台Aに接続した。台Bは台Aの上を水平方向に移動できる。ばねの長さは十分長く，台Aと台Bの間の摩擦は無視できる。台Aと台Bの左側は水平面からの角度θの斜面となっている。台Aの斜面上端を原点Oとして，図1のようにx軸およびy軸をとる。台Bの水平方向の位置は，台Bの斜面下端のx座標で測ることにする。台Aの斜面と台Bの斜面が段差なくつながっている状態で$x=0$となる。このとき，ばねの長さは自然長となっている。

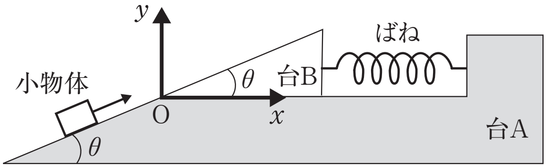


図1

質量mの小物体を台Aの斜面下方から斜面にそって打ち上げる実験をする。台Aと台Bの斜面は十分なめらかであり，小物体に摩擦力は働かない。台Bの斜面は十分長く，小物体が斜面から飛び出すことはない。小物体の速さは，原点Oを通過する瞬間にv_0であった。台Bの質量をM，重力加速度の大きさをgとする。以下の問に答えよ。

Ⅰ.

まず，台Bを$x=0$の位置に固定した状態で実験を行った。

(1)　小物体は台Bの斜面上を上方へすべりながらしだいに遅くなり，やがて最高点に達した後，斜面をすべり降り始めた。小物体が最高点に達したときの小物体のy座標を，v_0，m，M，g，θのうち必要なものを用いて表せ。

Ⅱ.

次に，台Bの固定をはずして$x=0$の位置に静止させた状態から再び実験を行った。小物体は台Bの斜面に乗り移った後，台Bの斜面から離れずに運動を続けた。また，小物体が台Bの斜面にあるときには，台Bは水平方向に運動した。このときの台Bのx軸正の向きの加速度をaとする。

(2)　小物体が台Bの斜面を運動しているときの様子を台Bの上にいる観測者からみると，小物体は慣性力と重力と垂直抗力を受けて運動している。小物体は斜面から離れないので，小物体に働く力の斜面に垂直な方向の成分はつり合っている。小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさを，a，m，M，g，θのうち必要なものを用いて表せ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

⑶　小物体が台Ｂの斜面を運動しているときの，台Ａの上にいる観測者から見た台Ｂの運動方程式を考える。すると，台Ｂの加速度 a は台Ｂの位置 x によってきまり，$a=a_0-b_0x$ の形に整理できる。a_0 および b_0 を，m，M，g，θ，k のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。

このように，台Ｂの加速度は単振動の加速度を表す式と同じ形をしている。したがって，小物体が台Ｂの斜面にあるとき，台Ｂはつり合いの位置を中心として水平方向に単振動を行うであろう。

⑷　この単振動の振幅を，a_0，b_0，m，M のうち必要なものを用いて表せ。

⑸　この単振動の角振動数 ω を，a_0，b_0，m，M のうち必要なものを用いて表せ。

Ⅲ.

v_0 を変化させて実験を繰り返した。v_0 がある値のとき，小物体が台Ｂの斜面下端に戻った瞬間に台Ｂが原点Ｏに戻ったため，小物体がそのままなめらかに台Ａの斜面へ移ってすべり続ける様子が観察された。この現象に関して考察しよう。

小物体は台Ｂの斜面をなめらかにすべるので，小物体と台Ｂの間には垂直抗力しか働かない。これを考慮して，図２のように小物体の運動を点Ｏを原点にとった斜面方向（x' 軸方向）と斜面に垂直な方向（y' 軸方向）に分解して考える。このとき台Ｂは単振動をしているので，小物体の y' 軸方向の運動も単振動となる。

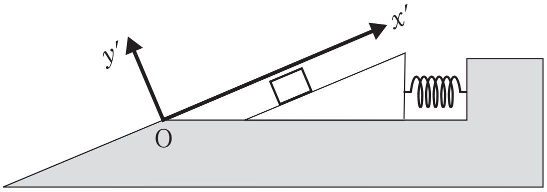


図２

⑹　小物体の加速度の x' 方向の成分を，g と θ を用いて符号を含めて表せ。

⑺　小物体は台Ｂ上で x' 方向に対する等加速度運動をする。x' 方向の運動を考察することにより，小物体が最初に $x'=0$ の点を通過してから再び $x'=0$ の点に戻ってくるまでの時間を，g，v_0，m，θ のうち必要なものを用いて表せ。なお，この運動の途中で小物体が台Ａに衝突する可能性については考える必要はない。

⑻　小物体が $x'=0$ の点に戻ったときに台Ｂも原点Ｏに戻っていれば，小物体はそのままなめらかに台Ａの斜面へ移ってすべり続けることができる。この条件を満たす v_0 を V として，V を，g，ω，θ，n のうち必要なものを用いて表せ。ただし，n は自然数とする。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の文を読んで，［　　］に適した式を，それぞれの解答欄に記せよ。

図１に示すように，水平面上に間隔 l で互いに平行に配置された２本の導体レールの上に，これらと直角に質量 m の導体棒 MN がおかれており，それがばね定数 k の不導体のばねにつながれている。導体棒 MN は，レールと平行にその上を左右に摩擦なく動けるものとする。また，導体棒 MN の動く範囲には，紙面に垂直に一様な磁束密度 B の静磁場が，紙面の裏から表の向きに常に作用している。なお，図１に示したように x 座標をとり，導体棒 MN が $x=0$ の位置にあるとき，ばねは自然の長さであるとする。

ここで，レールの右端 P と Q の間に，図２に示すようないろいろな素子をつないで１つのループ回路 PMNQ を構成したときに，導体棒 MN がどのような運動をするかについて考える。ただし，レールと導体棒 MN およびその接触点の電気抵抗，ならびに２本のレール間の静電容量は無視できるものとし，また，ループ回路に流れる電流の作る磁場は，静磁場 B や，P と Q の間につないだ素子に影響を与えないものとする。

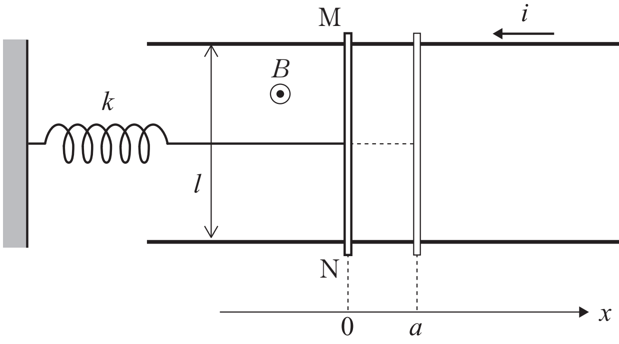


図１

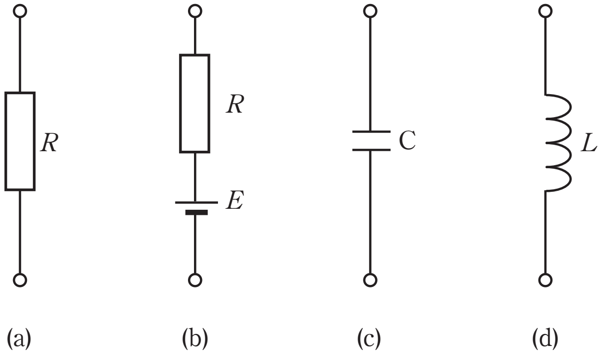


図２

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(1)　いま，ばねを引き伸ばして，導体棒 MN を $x=a$ の位置までゆっくりと動かし，静かに放す。P，Q 間を開放したままのときには，導体棒 MN は角振動数 $\omega_0=$ [ア] の単振動をする。導体棒 MN を放した時点を，時刻 $t=0$ とすると，P，Q 間に生ずる誘導起電力の大きさは，t の関数として，[イ] と表せる。

(2)　P，Q 間に，図２の(a)に示した電気抵抗 R の抵抗をつないだ状態で，導体棒 MN を $x=a$ の位置までゆっくりと動かし，静かに放した。すると，導体棒 MN は，P，Q 間を開放していたときと同じような振動をしながら，少しずつその振幅が小さくなり，十分な時間が経過したのち，$x=0$ の位置に静止した。導体棒 MN を放してから静止するまでの間に，電気抵抗 R で消費されたエネルギーは [ウ] である。この後，P，Q 間に，(a)にかえて，(b)に示した電気抵抗 R の抵抗と起電力 E の電池からなる素子を図の向きにつなぐと，導体棒 MN は，また振動をはじめ，少しずつその振幅が小さくなって，十分な時間が経過したのちには，$x=$ [エ] の位置に静止した。静止した後，電気抵抗 R で単位時間に消費されるエネルギーは [オ] である。

(3)　はじめにもどって，P，Q 間を開放した状態で，導体棒 MN を $x=a$ の位置までゆっくりと動かし，P，Q 間に，図２の(c)に示した静電容量 C のコンデンサーをつないで，導体棒 MN を静かに放すと，角振動数 ω_1 で単振動した。導体棒 MN を放した時点を $t=0$ とすると，コンデンサーに蓄えられる電荷の量は，t の関数として，[カ] と表せる（ただし，図１においてコンデンサーの上側の電極に正電荷がたまる場合を正とする）。導体棒 MN が $x=0$ を通過する瞬間にコンデンサーに蓄えられているエネルギー [キ] と，そのときの運動エネルギーの和は，$t=0$ の時点に与えた全エネルギーに等しいので，結局，この単振動の角振動数は，$\omega_1=$ [ク] であることがわかる。

(4)　今度は，P，Q 間に，図２の(d)に示した自己インダクタンス L のコイルをつないだ回路において，導体棒 MN が，$x=0$ を中心とした角振動数 ω_2，振幅 a の単振動をしているとする。$x=0$ を右に通過するある時点を $t=0$ と定め，そのとき回路を流れる電流はゼロであったとする。回路に流れる電流は，t の関数として，[ケ] と表せる（ただし，図１の i の向きを正とする）。$x=a$ 位置においてコイルに蓄えられているエネルギー [コ] と，そのときにばねに蓄えられているエネルギーの和は，$t=0$ の時点の全エネルギーと等しいので，結局，この単振動の角振動数は，$\omega_2=$ [サ] であることがわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第48講　確認テスト

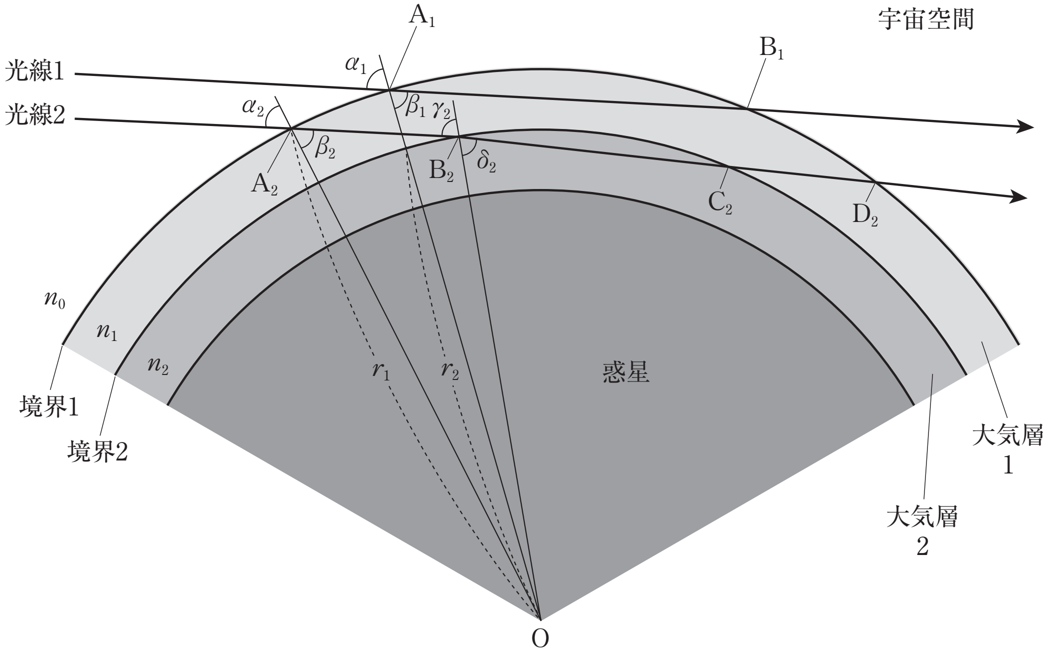
次の文を読み，下記の設問1・2に答えよ。

惑星の大気をかすめる光について考える。図に示すように，惑星を覆う大気を2層の大気層で近似する。大気層1と宇宙空間の境界（境界1）および大気層1と大気層2の境界（境界2）はそれぞれ中心をOとする半径 r_1，r_2 の同心球殻であるとする。宇宙空間，大気層1，大気層2の屈折率をそれぞれ n_0，n_1，n_2 とする。n_0 は真空の屈折率（＝1）とし，n_1，n_2 は未知であるとする。光線1が境界1と交わる点を点 A_1，点 B_1 とする。屈折率と距離の積を［あ］と呼び，光は同じ波面の［あ］が一定となるように進むため，点 A_1 で光線1は屈折する。点 A_1 において光線1が入射角 α_1 で入射し，屈折角 β_1 で屈折して進むとき，屈折の法則から［イ］の関係が成り立つ。光線1は点 B_1 において境界1を内側から外側へ通過する際も点 A_1 と同様に屈折するので，光線1が大気を通過する前の進行方向と通過後の進行方向の成す角は $2(\alpha_1-\beta_1)$ である。

次に，光線1よりも小さい入射角 α_2 で大気に入射する光線2は，点 A_2 において屈折角 β_2 で屈折し，境界2に達する。点 B_2 における光線2の入射角を γ_2，屈折角を δ_2 とすると，［ロ］の関係が成り立つ。$n_1<n_2$ の場合，光線2は図に示すような経路をたどり，点 C_2，点 D_2 においても点 B_2，点 A_2 と同様に屈折する。光線2が大気を通過する前の進行方向と通過後の進行方向の成す角は $2(\alpha_2-\beta_2+\gamma_2-\delta_2)$ である。一方，$n_1>n_2$ の場合は，γ_2 が臨界角に等しいか，それよりも大きいとき，［い］が起こり，光線2は大気層2の中へ進めない。γ_2 が臨界角に等しいとき，［ハ］の関係が成り立つ。

光線に含まれる赤い光と青い光を比べると，大気を構成する分子の種類によらず，一般に，青い光の方が大気中の分子によって［う］されやすいので，光線1よりも光線2の方が大気を通過後の光線に含まれる赤い光の割合が高い。また，［ニ］。太陽や恒星からの光は，いろいろな方向に振動する横波の集まりで，振動面の方向は一様である。しかし，太陽や恒星からの光が大気中に浮かんでいる雲によって反射された場合，反射光の振動面の方向が一様でなくなることがあり，このような光を［え］という。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。



１．文中の空所 あ ～ え それぞれにあてはまる語句をしるせ。

２．文中の空所 イ ～ ニ にあてはまる数式または文を，それぞれ対応する a ～ f から１つずつ選び，その記号をマークせよ。

イ

a．$n_1\sin\alpha_1 = n_0\sin\beta_1$　b．$n_0n_1\sin\alpha_1\sin\beta_1 = 1$　c．$n_0\sin\alpha_1 = n_1\sin\beta_1$
d．$n_0\sin\alpha_1 = -n_1\sin\beta_1$　e．$n_1\sin\alpha_1 = -n_0\sin\beta_1$　f．$\sin\alpha_1\sin\beta_1 = -n_0n_1$

ロ

a．$r_2n_0\sin\alpha_2 = r_1n_1\sin\gamma_2$　b．$n_0n_1\sin\alpha_2\sin\gamma_2 = \dfrac{r_1}{r_2}$
c．$r_2n_0\sin\alpha_2 = -r_1n_1\sin\gamma_2$　d．$r_1n_0\sin\alpha_2 = -r_2n_1\sin\gamma_2$
e．$r_1n_0\sin\alpha_2 = r_2n_1\sin\gamma_2$　f．$r_1\sin\alpha_2\sin\gamma_2 = -r_2n_0n_1$

ハ

a．$\sin\alpha_2 = \dfrac{r_2n_2}{r_1n_0}$　b．$\sin\alpha_2 = \dfrac{r_1}{r_2n_0n_2}$
c．$\sin\alpha_2 = -\dfrac{r_1n_2}{r_2n_0}$　d．$\sin\alpha_2 = \dfrac{r_1n_2}{r_2n_0}$
e．$\sin\alpha_2 = -\dfrac{r_2n_2}{r_1n_0}$　f．$\sin\alpha_2 = -\dfrac{r_2n_0n_2}{r_1}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

二

a．赤い光の方が青い光よりも空気の屈折率が大きいので，光線が大気を通過する際により大きく曲がる

b．赤い光の方が青い光よりも空気の屈折率が小さいので，光線が大気を通過する際により大きく曲がる

c．赤い光と青い光の屈折率は同じなので，光線が大気を通過する際に曲がる角度は等しい

d．赤い光の方が青い光よりも空気の屈折率が大きいので，光線が大気を通過する際により小さく曲がる

e．赤い光の方が青い光よりも空気の屈折率が小さいので，光線が大気を通過する際により小さく曲がる

f．屈折率は光の波長と関係ないので，赤い光と青い光のどちらの光線が大気を通過する際により大きく曲がるか一概には言えない

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 48 講　解答

1

Ⅰ.

(1) $\dfrac{v_0{}^2}{2g}$

Ⅱ.

(2) $mg\cos\theta - ma\sin\theta$

(3) $a_0 = \dfrac{mg\cos\theta\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$, $b_0 = \dfrac{k}{M+m\sin^2\theta}$

(4) $\dfrac{a_0}{b_0}$

(5) $\omega = \sqrt{b_0}$

Ⅲ.

(6) $-g\sin\theta$

(7) $\dfrac{2v_0}{g\sin\theta}$

(8) $V = \dfrac{\pi g\sin\theta}{\omega}n$

2

(ア) $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

(イ) $\omega_0 aBl|\sin\omega_0 t|$

(ウ) $\dfrac{1}{2}ka^2$

(エ) $-\dfrac{EBl}{kR}$

(オ) $\dfrac{E^2}{R}$

(カ) $C\omega_1 aBl\sin\omega_1 t$

(キ) $\dfrac{1}{2}C(\omega_1 aBl)^2$

(ク) $\sqrt{\dfrac{k}{m+CB^2l^2}}$

(ケ) $\dfrac{aBl}{L}\sin\omega_2 t$

(コ) $\dfrac{(aBl)^2}{2L}$

(サ) $\sqrt{\dfrac{k}{m}+\dfrac{B^2l^2}{mL}}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 48 講　確認テスト

【解答】

１．あ：光路長（光学的距離）　い：全反射　う：散乱　え：偏光

２．イ：c　ロ：e　ハ：a　ニ：e

【解説】

１．略

２．イ：屈折の法則より

$$\boldsymbol{n_0 \sin\alpha_1 = n_1 \sin\beta_1}$$ …イ

ロ：屈折の法則より，

$$n_1 \sin\beta_2 = n_0 \sin\alpha_2$$

となるが，$\triangle OA_2B_2$ で正弦定理を用いると，

$$\frac{r_2}{\sin\beta_2} = \frac{r_1}{\sin\gamma_2}$$

となるので，$\sin\beta_2$ を消去すれば，

$$\boldsymbol{r_1 n_0 \sin\alpha_2 = r_2 n_1 \sin\gamma_2}$$ …ロ

を得る。

ハ：γ_2 が臨界角のとき，点 B_2 において

$$n_1 \sin\gamma_2 = n_2 \sin 90^\circ \qquad \therefore \quad \sin\gamma_2 = \frac{n_2}{n_1}$$

となる。これを［ロ］の式に代入して，

$$\boldsymbol{\sin\alpha_2 = \frac{r_2 n_2}{r_1 n_0}}$$ …ハ

ニ：赤い光の方が青い光より曲がりにくい。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。